Cuadernos de Economía. Vol. 20 361-383 1992.

Modelización de las funciones de demanda de los consumidores mediante técnicas splines

Julián Ramajo Hernández
Departamento de Economía Aplicada
Universidad de Extremadura
Avda. de Elvas, s/n
06071 Badajoz

I. INTRODUCCIÓN

Es bien conocido que las formas funcionales flexibles en el sentido de Diewert poseen la habilidad de proporcionar aproximaciones de segundo orden a las preferencias de un consumidor (a través de su función de utilidad indirecta o de su función de gasto) en un entorno de un punto muestral de precios y renta observados, de tal modo que las elasticidades precio y renta pueden tomar cualquier valor sobre dicho punto. Evidentemente, dada la propia definición de este tipo de flexibilidad, con series temporales breves, en las cuales las variaciones en los precios relativos y en las rentas medias no son muy elevadas, los ajustes que se observarán serán en general aceptables. Sin embargo, cuando se trabaja con series temporales de longitud considerable (más de 30 años) o con datos de corte transversal, caracterizados, los primeros, por amplias variaciones en precios y renta (sobre todo en la segunda), y los segundos, por grandes oscilaciones en las rentas individuales, una aproximación en el sentido de Diewert, inherentemente local, deja de ser aconsejable, al menos en el tratamiento de la variable renta.

El objetivo de este trabajo es el de utilizar la técnica de componentes splines para poder globalizar las aproximaciones de segundo orden (a las preferencias) con respecto a la variable renta, no pudiendo, por el momento, globalizar las mismas respecto a las variables precio por problemas evidentes de sobreparametrización.

Representaremos las preferencias de los consumidores eligiendo una forma funcional para la función de gasto, elección equivalente, por dualidad, a la de la función de utilidad directa o indirecta de los consumidores. La estructura funcional elegida es la función de gasto PIGLOG, que es consistente con el proceso de agregación exacta sobre los consumidores, y que fue propuesta por Muellbauer (1975, 1976). Esta estructura de gasto será descrita en la sección 2, donde también se construye el modelo básico a partir del cual se elaborará el modelo de demanda con splines.

En la sección 3, se construye la función de gasto PIGLOG con splines lineales. Como Suits, Mason y Chan (1978) explican, los modelos con splines lineales pueden entenderse como regresiones lineales a trozos sobre una red de intervalos previamente seleccionada, donde los parámetros en cada segmento se eligen de modo que los segmentos lineales se unan de una forma continua en los puntos frontera (puntos interiores donde se produce la segmentación del intervalo). En el contexto de la Teoría de la Demanda, la variable dependiente es la demanda del artículo i, x_i, y las variables independientes son los precios de todos los artículos ($\mathbf{p}=(p_1, p_2, ..., p_n)'$) y el nivel de utilidad o renta real U. La segmentación lineal de la función de demanda se llevará a cabo respecto a esta última variable, puesto que, por problemas de sobreparametrización, nos hemos abstenido de segmentar los intervalos correspondientes a los precios. Sin embargo, el problema con el que nos enfrentamos es más complicado que el de los modelos splines de la literatura econométrica tradicional, puesto que la variable U no es observable. Este problema de no observabilidad puede resolverse si se iguala la función de gasto C(U,**p**), a la renta nominal o gasto Y, y se resuelve la ecuación resultante respecto de U, para obtener la función de utilidad indirecta U=g(Y,**p**) en función de renta y precios. En la sección 3 se tratará con mayor profundidad este problema de no observabilidad de la utilidad.

En la sección 4, damos una aplicación empírica del modelo spline de demanda construido, utilizando la serie temporal de datos de consumo agregado per capita de la Economía Española para los años 1954 hasta 1987.

II. LA FUNCIÓN DE GASTO PIGLOG Y EL MODELO BÁSICO

Dado el nivel de utilidad U, un vector de precios positivos **p>0**, y la función preferencias f, la función de gasto C se define como

$$C(U,\mathbf{p}) = \min_{\mathbf{x}} \{ \mathbf{p}.\mathbf{x}\text{: } f(\mathbf{x})\geq U\}$$

donde $\mathbf{p.x} = \sum p_i x_i$ es el producto escalar entre $\mathbf{p}$ y $\mathbf{x}$. La función de gasto $C(U,\mathbf{p})$ debe ser no decreciente en U, y linealmente homogénea, no decreciente y cóncava con respecto a los precios $\mathbf{p}$.

Muellbauer (1975, 1976) propone una estructura de gasto que permite que las funciones de demanda agregadas reflejen el comportamiento de un consumidor representativo. Esta familia de funciones de gasto, denominada PIGLOG, viene dada por la expresión:

$$\log C(U,\mathbf{p}) = (1\text{-}U\log[a(\mathbf{p})] + U\log[b(\mathbf{p})]$$

En nuestro trabajo, partiremos de una subfamilia PIGLOG del tipo

$$\log C(U,\mathbf{p}) = \log[a(\mathbf{p})] + U\log[b(\mathbf{p})]$$

que será la base tanto para el modelo básico como para el modelo de splines lineales. En general, se considerará la familia de funciones:

$$\log C(U,\mathbf{p}) = \log[a(\mathbf{p})] + d(U,\mathbf{p})$$

En el modelo simple, las elecciones para las funciones $\log[a(\mathbf{p})]$ y $\log[b(\mathbf{p})]$ son las de sus aproximaciones de Taylor de segundo y primer orden respectivamente[1], de modo que:

$$\log[a(\mathbf{p})]=a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i \log p_i + \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} \log p_i \log p_j$$

$$\log[b(\mathbf{p})]=b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i \log p_i$$

1. El modelo AIDS de Deaton y Muellbauer (1980b), resulta de hacer la misma elección para la función log [a(p)] y define la función log[b(p)] como $\beta_0 \prod^{n}_{1} p^{\beta k}_{k}$. Nuestra elección para esta última función es una transformación monótona (logarítmica) de la del modelo AIDS.

donde el vector $\mathbf{b}=(b_1, b_2, ..., b_n)$ supondremos que satisface la restricción **b.1=0**, es decir,

$$\sum_{i=1}^{n} b_i = 0$$

Aplicando el lema de Shephard en su versión logarítmica sobre la función de gasto que resulta de sustituir las expresiones anteriores, se obtiene la expresión de las participaciones presupuestarias:

$$\mathbf{w}(U,\mathbf{p}) = \nabla_{\log \mathbf{p}} \log C(U,\mathbf{p})$$

que para cada bien i tiene la expresión:

$$w_i = a_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \log p_j + Ub_i$$

La función de utilidad indirecta $g(Y,\mathbf{p})$ que corresponde a esta estructura de gasto es

$$U = g(Y,\mathbf{p}) = \log[Y/a(\mathbf{p})]/\log[b(\mathbf{p})]$$

y el sistema de demanda se obtiene reemplazando la utilidad U anterior en la expresión deducida para las funciones de demanda hicksianas (en forma de participación). Si denotamos por logP al término log[a(p)], entonces el sistema resultante tiene la forma:

$$w_i = a_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \log p_j + \frac{b_i}{b_0 + \sum_{i} b_i \log p_i} \log(Y/P)$$

III. MODELO CON SPLINES LINEALES

Consideremos la siguiente forma funcional para la función de gasto:

$$\log C(U,p) = \log[a(p)] + d(U,p)$$

donde log[a(**p**)] tiene la misma expresión que para el modelo básico. Si d(U,**p**) = Ulog[b(**p**)] entonces obtenemos de nuevo el modelo descrito en la sección anterior.

Para construir el modelo con splines lineales, tomamos la siguiente expresión para la función d(U,**p**):

$$d(U,p) = \begin{cases} d^1(U,p)=U\log[b^1(p) & \text{para } 0\leq U\leq U^*_1 \\ d^2(U,p)=d^1(U^*_1,p)+(U-U^*_1)\log[b^2(p) & \text{para } U^*_1<U\leq U^*_2 \\ d^3(U,p)=d^2(U^*_2,p)+(U-U^*_2)\log[b^3(p)] & \text{para } U^*_2<U \end{cases}$$

donde los niveles de utilidad de referencia satisfacen la relación $0<U^*_1<U^*_2$, y las funciones $\log[b^i(p)]$ vienen definidas como $\log[b^i(p)]=b^i_0+\mathbf{b}^i.\log\mathbf{p}$, siendo $\mathbf{b}^i=(b^i_1, b^i_2, ..., b^i_n)$ y $\log \mathbf{p}=(\log p_1, \log p_2, ..., \log p_n)$. Además, supondremos que los vectores $\mathbf{b}^i$ satisfacen la restricción lineal $\mathbf{b}^i.\mathbf{1}=0$.

Si comparamos la función de gasto del modelo spline con la del modelo simple, puede comprobarse que ambas difieren en 2n parámetros. La función de gasto más simple puede obtenerse a partir de la spline haciendo $b^1_0=b^2_0=b^3_0$ y $\mathbf{b}^1=\mathbf{b}^2=\mathbf{b}^3$.

La función de gasto PIGLOG con splines lineales que se ha obtenido es lineal a trozos y continua en U, y los saltos de un segmento lineal al otro aparecen en los pivotes U^*_1,U^*_2 (en estos puntos de salto existe un cambio de pendiente no continuo). Es además diferenciable respecto a U, salvo en los puntos U^*_1 y U^*_2. Esto conlleva el que las funciones de demanda asociadas no sean continuamente diferenciables en tales puntos, y, por tanto, que las participaciones presupuestarias marginales (que determinan las elasticidades) sean discontinuas en tales puntos. Con respecto a las variables precio, la función definida es continuamente diferenciable.

Para encontrar la expresión del sistema de demanda asociado a esta función de gasto, definimos las funciones

$$\log C_i(U,p)=\log[a(p)]+d_i(U,p) \qquad i=1,2,3$$

definidas cada una de ellas en los subintervalos asociados a los puntos pivote. Cada una de estas funciones es continuamente diferenciable respecto a sus argumentos, pero la función completa log C(U,p) no es diferenciable en los puntos U^*_1 y U^*_2.

Si U cae en el primer intervalo de utilidad, es decir, si $0 \leq U \leq U^*_1$, entonces la expresión para la participación presupuestaria del grupo i-ésimo puede derivarse a partir del lema de Shephard aplicado a la función $\log C_1(U,p)$, obteniéndose:

$$w_i=a_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\log p_j + Ub^1_i \tag{1}$$

Para pasar de las participaciones hicksianas a las ordinarias, resolvemos la ecuación $\log C_1(U,p)=\log Y$ respecto de U, para encontrar la función de utilidad indirecta $U=g_1(Y,p)=\log(Y/P)/\log[b^1(p)]$, y sustituyendo esta expresión en (1) obtenemos:

$$w_i=a_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\log p_j + \frac{b^1_i}{b^1_0+b^1\log p}\log(Y/P) \qquad 0\leq U\leq U^*_1$$

Si U cae en el segundo intervalo de utilidad, $U^*_1<U\leq U^*_2$, entonces, aplicando de nuevo el lema de Shephard a $\log C_2(U,p)$ obtenemos:

$$w_i=a_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\log p_j + U^*_1(b^1_i-b^2_i) + Ub^2_i$$

Despejando U en la ecuación $\log Y = \log C_2(U,\mathbf{p})$ se obtiene

$$U = g_2(Y,\mathbf{p}) = \{\log(Y/P) + U^*_1(b^2 - b^1)\log \mathbf{p}\} / \log[b^2(\mathbf{p})]$$

con lo que

$$w_i = a_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\log p_j + U^*_1(b^1_i - b^2_i) + \frac{b^2_i}{b^2_0 + b^2\log \mathbf{p}}\ x$$

$$x\ \{\log(Y/P) + U^*_1(b^2 - b^1)\log \mathbf{p}\}$$

Por último, si $U^*_2 < U$, las participaciones toman la expresión:

$$w_i = a_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\log p_j + U^*_1(b^1_i - b^2_i) + U^*_2(b^2_i - b^3_i) + Ub^3_i$$

Reemplazando U por la expresión de $g_3(Y,\mathbf{p})$ que se obtiene al despejar U de la igualdad $\log Y = \log C_3(U,\mathbf{p})$ se obtiene:

$$g_3(Y,\mathbf{p}) = \{\log(Y/P) + U^*_2(b^3 - b^2)\log \mathbf{p} + U^*_1(b^2 - b^1)\log \mathbf{p}\} / \log[b^3(\mathbf{p})]$$

$$w_i = a_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\log p_j + U^*_1(b^1_i - b^2_i) + U^*_2(b^2_i - b^3_i) +$$

$$+ \frac{b^3_i}{b^3 0 + b^3\log \mathbf{p}}\{\log(Y/P) + U^*_2(b^3 - b^2)\log \mathbf{p} + U^*_1(b^2 - b^1)\log \mathbf{p}\} \text{ si } U^*_2 < U$$

IV. RESULTADOS EMPÍRICOS

En esta sección, se estiman los modelos construidos en la sección anterior (PIGLOG básico y la versión PIGLOG con splines lineales), para lo cual hemos utilizado datos de la Economía Española sobre gastos y renta per cápita para los años 1954 al 1987. Utilizamos cinco amplios grupos de bienes: alimentación, bebidas y tabaco, vestido y calzado, vivienda y alquileres, menaje y hogar, y otros bienes y servicios.

Para la estimación del modelo con splines lineales, previamente han de resolverse dos problemas de índole práctica: a) ¿cómo elegir los pivotes de utilidad U^*_1 y U^*_2?, y, b) ¿cómo clasificar las observaciones respecto a los pivotes?. Evidentemente, aunque en la discusión teórica hemos permitido tres segmentos de utilidad, en general, no existe limitación al número de estos. Sin embargo, eligiendo a priori el número de utilidades pivote, evitamos los problemas asociados con la contrastación del número óptimo de las mismas.

En primer lugar, vamos a encontrar un método que permite ordenar las observaciones, es decir, clasificar cada dato muestral t en un segmento de utilidad. Una de las formas en que esta clasificación puede ser hecha es a través de técnicas de números índices[2]. La primera observación, t=1, puede tomarse como observación base, en la que tomar una utilidad de referencia, $U^1=1$. El nivel de utilidad para la observación t, U^t, puede calcularse mediante el índice ideal de cantidad de Fisher:

$$U^t = \left[\frac{(p^t.x^t)(p^1.x^t)}{(p^t.x^1)(p^1.x^1)} \right]^{1/2} \qquad t=1,2,...,T$$

en donde $\mathbf{p}^t$ y $\mathbf{x}^t$ son respectivamente los vectores precios y cantidades demandadas del conjunto de bienes.

Las 34 observaciones muestrales pueden entonces agruparse usando sus valores relativos U^t. En esta aplicación, no hemos encontrado problemas a la

2. Una segunda vía de solución podría haber sido utilizar el enfoque no-paramétrico propuesto por Afriat (1967), y mediante técnicas de preferencias reveladas haber ordenado las observaciones de acuerdo a las magnitudes relativas de utilidad.

hora de agrupar los datos, ya que al tratarse de una serie temporal anual, la utilidad en general debe ser creciente sobre el período muestral. Este ha sido el caso salvo una excepción, que se ha producido en el año 1981, donde el nivel relativo de utilidad bajó sensiblemente respecto al año anterior.

En nuestra aplicación, y a la vista de los comentarios anteriores, hemos decidido elegir los pivotes de utilidad U^*_1 y U^*_2 en los años 1964 y 1976, de modo que hemos tomado $U^*_1=U^{1964}$ y $U^*_2=^{1976}$. El criterio utilizado para esta elección ha sido el de que el número de observaciones correspondientes a cada intervalo de utilidad sea aproximadamente 1/3 del total de las mismas[3].

Para estimar los modelos anteriormente construidos, añadimos a cada una de las ecuaciones presupuestarias obtenidas en la sección 3 un vector de perturbaciones **e**, que supondremos con una distribución normal multivariante con media $E[\mathbf{e}]=\mathbf{0}$ y matriz de covarianzas $E[\mathbf{ee}']=\Omega$ constante sobre el período muestral. Puesto que esta última matriz es singular, eliminamos la última ecuación y maximizamos la función de verosimilitud correspondiente al modelo considerado. Para la estimación utilizamos un método quasi-Newton debido a Fletcher, Davidson y Powell, y realizado con el programa SHAZAM (versión 6.1).

Los resultados de la estimación de los dos modelos considerados en este trabajo arrojaron los resultados que se muestran en el apéndice.

Como se comentó en la sección 3, el modelo con splines lineales se reduce al modelo simple si $b^1_i=b^2_i=b^3_i$ (sean cuales sean los puntos pivote). Por lo tanto, podemos llevar a cabo un test de razón de verosimilitud para contrastar la significación de los segmentos splines. Puesto que cada vector **b** contiene n-1=4 parámetros independientes, entonces habrá que comparar el valor $-2[\text{Log } \pounds_0 - \text{Log } \pounds_1]=19.1628$ con el valor crítico de una variable aleatoria χ^2 con 10 grados de libertad. Para un nivel de confianza del 95%, este valor crítico toma el valor 18.3070, con lo que se encuentra que los parámetros asociados con los splines son significativos.

Una vez estimado el modelo, hemos calculado, para cada año y para cada uno de los grupos, las participaciones presupuestarias marginales (PPM) y las elasticidades renta (ER) que proporcionan los dos modelos estimados.

A la vista de los resultados, pueden apuntarse algunos comentarios significativos. En primer lugar, los ajustes que proporciona en nuestra aplicación el modelo con splines lineales no han producido un cambio brusco entre los valores de las PPM y de las ER en los diferentes segmentos de utilidad, aunque

3. Somos conscientes de que esta elección podría mejorarse si, por ejemplo, hubiésemos diseñado un método de búsqueda de doble entrada que eligiese como pivotes aquellos niveles de utilidad que maximizan la función de verosimilitud del modelo asociado a ellos.

teóricamente tales desajustes podrían haberse producido, ya que, en el modelo con splines lineales, las funciones de demanda asociadas no son continuamente diferenciables en las utilidades pivote, con lo que las funciones PPM y ER dejan de ser continuas en tales puntos[4].

En segundo lugar, resultan evidentes las discrepancias existentes entre las PPM y las ER proporcionadas por los dos modelos estimados. Puede observarse un sesgo sistemático entre los valores de estas funciones, con una sobrevaloración o infravaloración para los diferentes grupos de un modelo respecto al otro. A pesar de este sesgo, los comportamientos observados en ambas variables son semejantes, y las clasificaciones que hacen ambos modelos de los grupos estudiados coinciden (con resultados coherentes) salvo para el grupo de vestido y calzado, que según el modelo simple puede clasificarse como bien de primera necesidad (con valores muy cercanos a uno, es decir, en la frontera para convertirse en bien de lujo), y como bien de lujo por el modelo con splines lineales, aunque resultan evidentes las escasas diferencias entre ambas elasticidades estimadas.

El modelo spline señala una rápida bajada de la ER del grupo de Alimentación, Bebidas y Tabaco, en tanto que el modelo simple estima una pendiente más suave para este grupo. La pendiente que estiman ambos modelos para las PPM de este grupo es esencialmente la misma.

Para el grupo de Vestido y Calzado, destaca la gran estabilidad de la ER estimada por ambos modelos a partir del año 1964, produciéndose únicamente variaciones bruscas (también en las PPM) entre los años 1958 al 1964.

La ER del grupo de Vivienda y Alquileres presenta una tendencia decreciente a lo largo del periodo muestral, aunque pueden observarse bastantes fluctuaciones (para los dos modelos) durante el mismo. Las estimaciones para las PPM de este grupo son prácticamente idénticas para los dos modelos.

El grupo de Menaje y Hogar es sin duda el de comportamiento más irregular de todos los grupos durante el periodo muestral, con grandes fluctuaciones en el periodo 1958-1964, y con una tendencia claramente creciente a partir de los años 80.

Por último, el grupo de Otros bienes y Servicios presenta una tendencia claramente decreciente (y con una cierta estabilidad) en la ER estimada por ambos modelos, con un aumento progresivo de las PPM durante todo el periodo de la muestra.

4. La discontinuidad que presentan es de salto finito, ya que las funciones de demanda poseen derivadas laterales en los puntos U^*_1 y U^*_2, aunque éstas en general no tienen por qué coincidir.

V. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

En este trabajo, hemos propuesto y estimado un sistema de demanda que incorpora una función spline lineal definida sobre la variable utilidad. Esta nueva forma posee la propiedad de aproximar localmente una función de preferencias arbitraria (dos veces diferenciable continuamente) hasta el segundo orden, y a la vez aproximar globalmente respecto a la variable renta. Con datos de corte transversal o de series temporales, caracterizados por variaciones muy significativas en la renta, la hipótesis de curvas de Engel lineales o log-lineales puede ser bastante restrictiva. El modelo aquí propuesto incorpora respuestas renta no lineales (en logarítmos) que de hecho resultan significativas en la aplicación realizada. Es nuestra intención realizar en un futuro inmediato una investigación del funcionamiento de este modelo con datos de corte transversal, como las encuestas de presupuestos familiares, al objeto de corroborar los resultados que aquí se han obtenido con la serie temporal de consumo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AFRIAT, S.N.: "The Construction of Utility Functions from Expenditure Data", *International Economic Review*, 1967, 8, 67-77.

DEATON, A. y MUELLBAUER, J.: "Economic and Consumer Behavior", New York: Cambridge University Press, 1980a.

—: "An Almost Ideal Demand System", *American Economic Review*, 1980b, 70, 312-326.

DIEWERT, W.E.: "Afriat and Revealed Preference Theory", *The Review of Economic Studies*, 1973, 40, 419-425.

—: "Exact and Superlative Index Numbers", *Journal of Econometrics*, 1976, 4, 115-145.

—: "Superlative Index Numbers and Consistency in Aggregation", *Econometrica*, 1978, 46, 883-900.

DIEWERT, W.E. y WALES, T.: "Linear and Quadratic Spline Models for Consumer Demand Functions", Discussion Paper No.: 89-16, University of British Columbia, 1989.

GALLANT, A. y FULLER, W.: "Fitting Segmentd Polynomial Regression Models Whose Join Points Have to Be Estimated", 1973, 63, 144-147.

MUELLBAUER, J.: "Aggregation, Income Distribution and Consumer Demand", *Review of Economic Studies*, 1975, 62, 525-543.

—: "Community Preferences and the Representative Consumer", *Econometrica*, 1976, 44, 979-999.

POIRIER, D.J.: "The Econometrics of the Structural Change", Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1976.

SUITS, D.B.; MASON, A. y CHAN, L.: "Spline Functions Fitted by Standard Regression Methods", *The Review of Economics and Statistics*, 1978, 60, 132-139.

VARIAN, H.: "Nonparametric Tests of Consumer Behavior", *The Review of Economic Studies*, 1982, 50, 99-110.

—: "The Nonparametric Approach to Demand Analysis", *Econometrica*, 1982, 50, 945-974.

WHITE, K.: "A General Computer Program for Econometric Methods: SHAZAM", *Econometrica*, 1978, 46, 239-240.

APÉNDICE: RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES

MODELO PIGLOG SIMPLE

FUNCIÓN LOGARÍTMO DE VEROSIMILITUD 558.7535
NÚMERO DE PARÁMETROS 29
MATRIZ DE COVARIANZAS ESTIMADA

0.61696E-04			
- 0.14585E-04	0.19941E-04		
- 0.34254E-05	0.46175E-05	0.15571E-04	
- 0.80219E-05	- 0.35027E-05	- 0.64485E-05	0.92441E-05

COEFICIENTES ESTIMADOS:

	COEFICIENTE	ST. ERROR	T-RATIO
A1	0.96067	0.20293	4.7340
A11	0.13180	0.67735E-01	1.9458
A12	- 0.12746	0.52338E-01	- 2.4354
A13	0.36127E-01	0.53567E-01	0.67442
A14	0.34674E-01	0.60542E-01	0.57273
A15	- 0.82683E-01	0.48894E-01	- 1.6911
B1	- 0.14575	0.25650	- 0.56824
B0	1.7020	2.7076	0.62858
B2	- 0.11986E-01	0.33007E-01	0.36314
B3	- 0.59112E-01	0.95859E-01	- 0.61665
B4	0.81050E-01	0.13549	0.59822
A2	0.16870	0.12491	1.3506
A21	0.67693E-01	0.32656E-01	2.0729
A22	0.98815E-01	0.32536E-01	3.0371
A23	- 0.36798E-01	0.30001E-01	- 1.2266
A24	- 0.10128	0.35644E-01	- 2.8413
A25	- 0.35912E-01	0.26597E-01	- 1.3502
A3	0.43412	0.10510	4.1305
A31	- 0.47551E-01	0.28278E-01	- 1.6816
A32	- 0.58938E-01	0.28636E-01	- 2.0582
A33	0.73569E-01	0.24962E-01	2.9472
A34	0.58806E-02	0.31223E-01	0.18834
A35	0.21836E-01	0.24066E-01	0.90732
A4	- 0.17346	0.80309E-01	- 2.1600
A41	- 0.51394E-01	0.25522E-01	- 2.0137
A42	0.39273E-01	0.22986E-01	1.7086
A43	- 0.37981E-01	0.19776E-01	- 1.9205
A44	0.80754E-01	0.26058E-01	3.0990
A45	- 0.48402E-01	0.19542E-01	- 2.4768

VALORES R^2

GRUPO ALIMENTACIÓN, BEBIDAS Y TABACO	0.9841
GRUPO VESTIDO Y CALZADO	0.7955
GRUPO VIVIENDA Y ALQUILERES	0.9785
GRUPO MENAJE Y HOGAR	0.8150
GRUPO OTROS BIENES Y SERVICIOS	———

MODELO PIGLOG CON SPLINES LINEALES

FUNCIÓN LOGARÍTMO DE VEROSIMILITUD	568.3349
NÚMERO DE PARÁMETROS	39

MATRIZ DE COVARIANZAS ESTIMADA

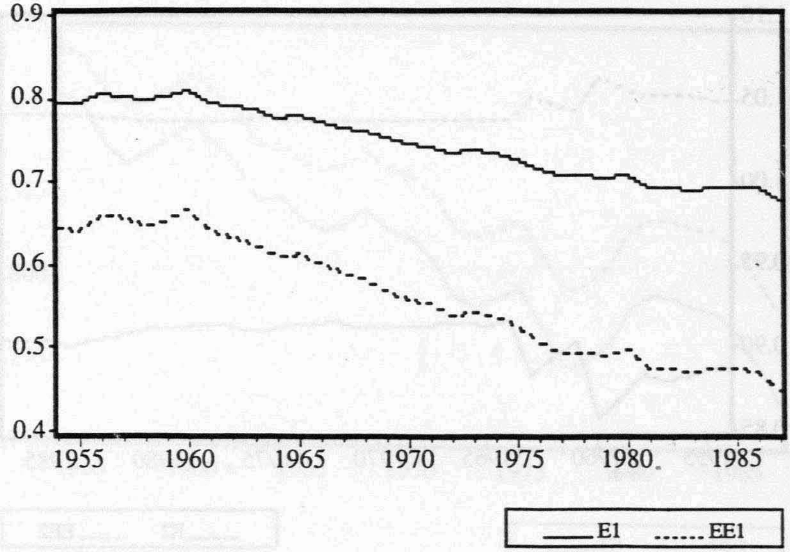
0.51786E-04			
- 0.17242E-04	0.19292E-04		
- 0.65632E-05	0.38786E-05	0.14802E-04	
- 0.38202E-05	- 0.25725E-05	- 0.58948E-05	0.75846E-05

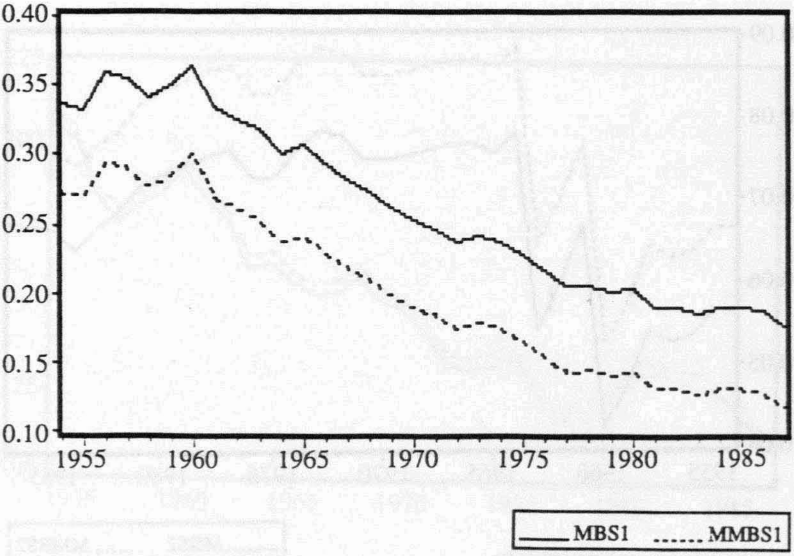
COEFICIENTES ESTIMADOS:

	COEFICIENTE	ST. ERROR	T-RATIO
A1	1.5658	0.15864	9.8696
A11	0.26876	0.68608E-01	3.9174
A12	0.16620E-01	0.54251E-01	0.30642
A13	- 0.16406	0.71262E-01	- 2.3022
A14	- 0.37618E-01	0.61617E-01	- 0.61052
A15	- 0.12641	0.47686E-01	- 2.6508
B10	1.0605	0.30840	3.4387
B11	- 0.15795	0.41646E-01	- 3.7928
B12	0.33258E-02	0.14049E-01	0.23673
B13	- 0.61695E-01	0.85047E-02	- 3.8925
B14	0.61695E-01	0.14562E-01	4.2368
B20	6.0621	1.3210	4.5890
B21	- 0.62885	0.11732	- 5.3602
B22	0.15515E-01	0.56911E-01	0.27261
B23	- 0.12855	0.41995E-01	- 3.0611
B24	0.24701	0.45639E-01	5.4123
B30	0.67966E-01	0.19381E-01	3.5067
B31	- 0.17676E-01	0.36155E-02	- 4.8891
B32	0.54088E-03	0.16483E-02	0.32814
B33	- 0.35803E-02	0.15686E-02	- 2.2824
B34	0.68788E-02	0.15549E-02	4.4239
A2	0.86851E-01	0.11575	0.75036
A21	0.54771E-01	0.37747E-01	1.4510
A22	0.63620E-01	0.34535E-01	1.8422
A23	- 0.10381E-01	0.37752E-01	- 0.27497
A24	- 0.86502E-01	0.38041E-01	- 2.2739
A25	- 0.28295E-01	0.27455E-01	- 1.0306
A3	0.43769	0.90150E-01	4.8552
A31	- 0.53585E-01	0.32200E-01	- 1.6641
A32	- 0.69044E-01	0.28983E-01	- 2.3823
A33	0.48247E-01	0.30371E-01	1.5886
A34	0.38385E-01	0.33223E-01	1.1554
A35	0.22790E-01	0.25333E-01	0.89958
A4	- 0.30325	0.70024E-01	- 4.3307
A41	- 0.98473E-01	0.25469E-01	- 3.8664
A42	0.33443E-02	0.24295E-01	0.13765
A43	0.16014E-01	0.25751E-01	0.62187
A44	0.10272	0.25757E-01	3.9880
A45	- 0.28997E-01	0.18773E-01	- 1.5446

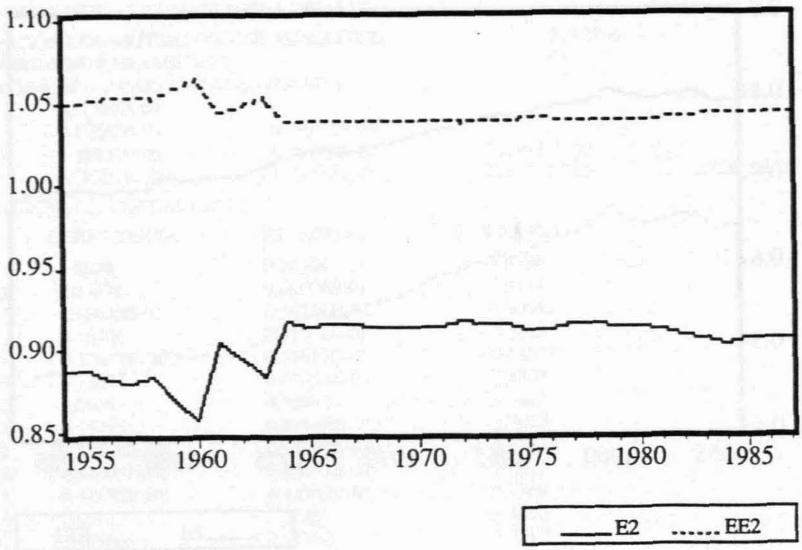
VALORES R2

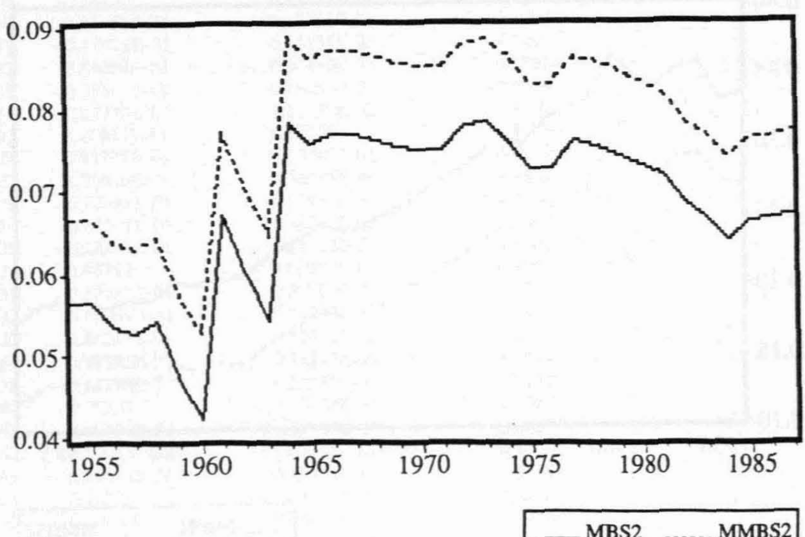
GRUPO ALIMENTACIÓN, BEBIDAS Y TABACO	0.9867
GRUPO VESTIDO Y CALZADO	0.8021
GRUPO VIVIENDA Y ALQUILERES	0.9795
GRUPO MENAJE Y HOGAR	0.8482
GRUPO OTROS BIENES Y SERVICIOS	—



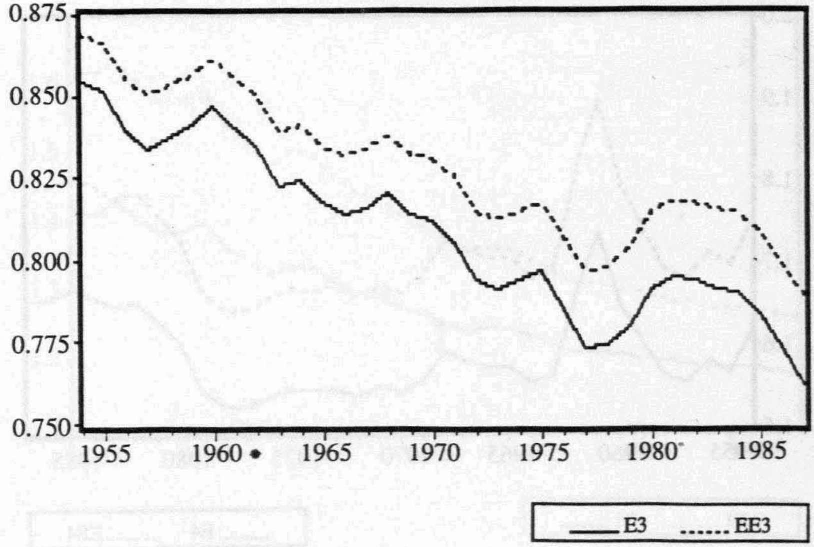


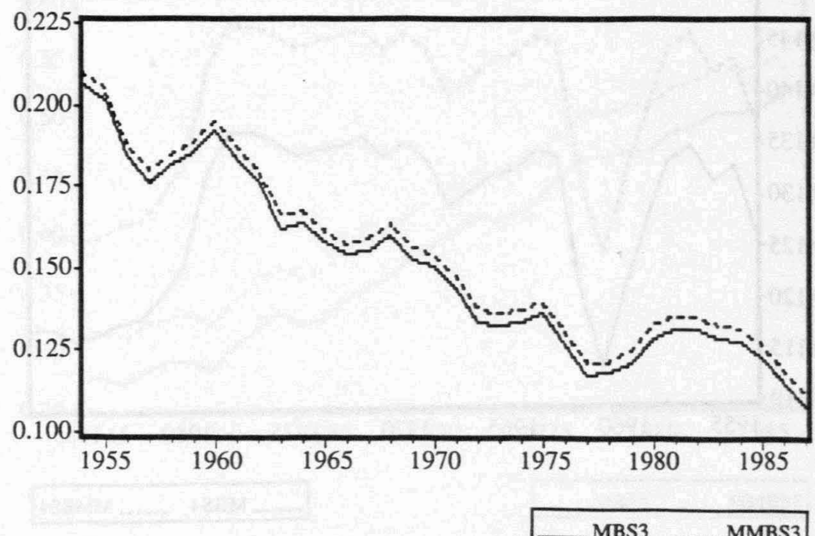
Elasticidades renta y participaciones presupuestarias marginales estimadas del grupo de alimentación, bebidas y tabaco



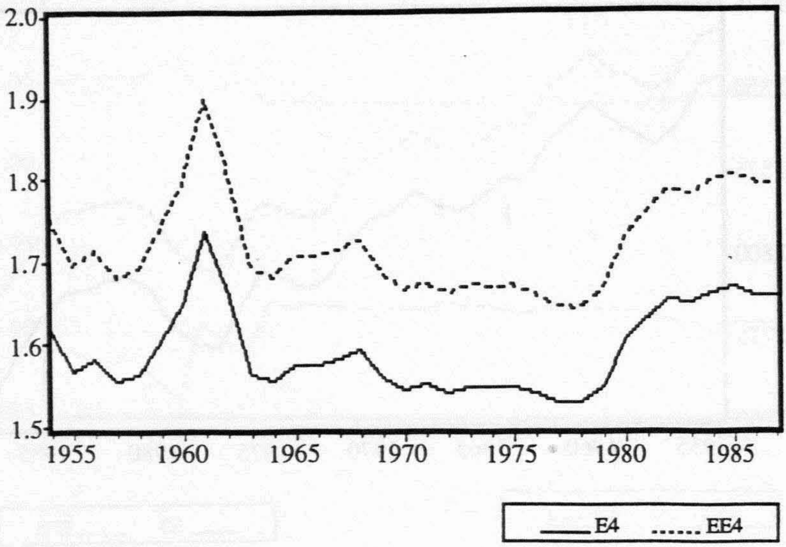


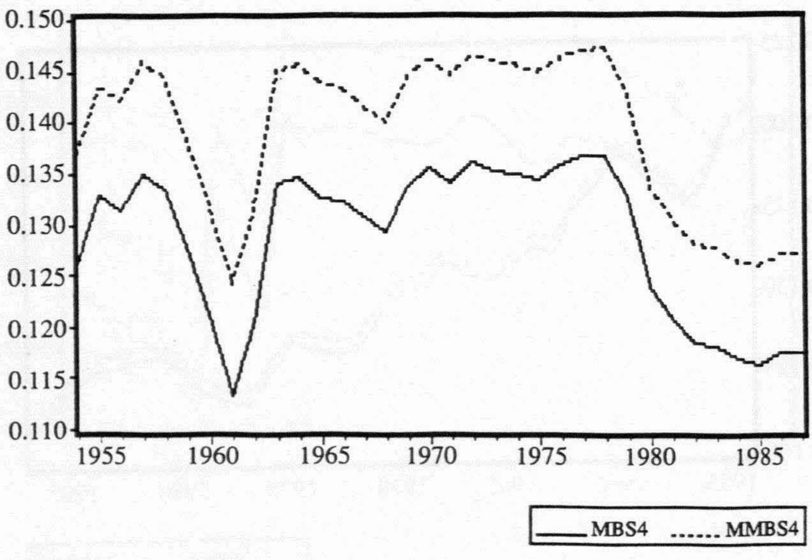
Elasticidades renta y participaciones presupuestarias marginales estimadas del grupo de vestido y calzado



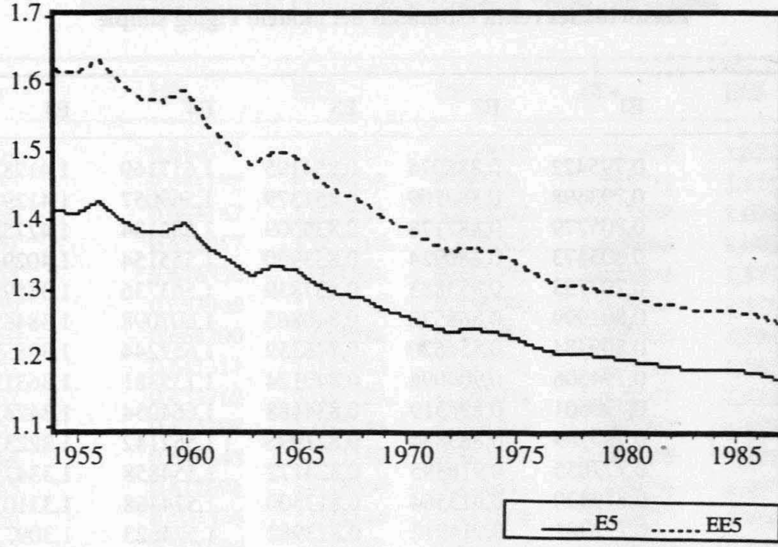


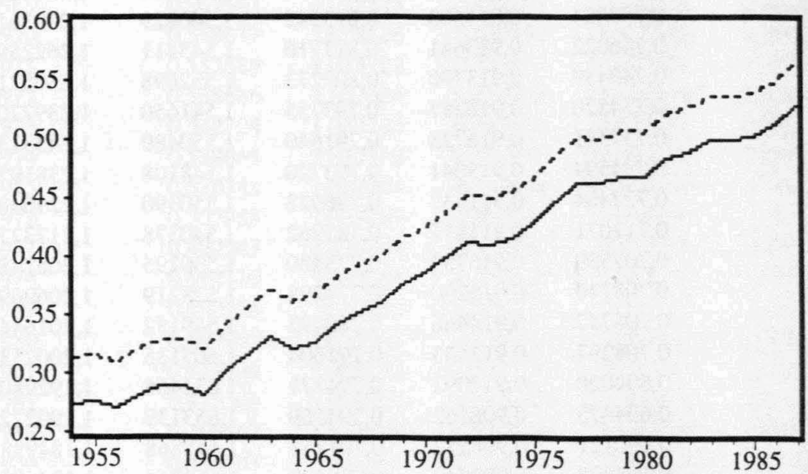
Elasticidades renta y participaciones presupuestarias marginales estimadas del grupo de vivienda y alquileres





Elasticidades renta y participaciones presupuestarias marginales estimadas del grupo de menage y hogar





Elasticidades renta y participaciones presupuestarias marginales estimadas del grupo de otros bienes y servicios

Elasticidades renta estimadas del modelo Piglog simple

obs	E1	E2	E3	E4	E5
1954	0,795422	0,888074	0,854195	1,617169	1,417829
1955	0,793698	0,888109	0,851379	1,569057	1,412919
1956	0,805779	0,882178	0,839509	1,582134	1,427580
1957	0,803473	0,880924	0,833900	1,555154	1,402947
1958	0,797733	0,883883	0,837839	1,563736	1,385959
1959	0,801999	0,868578	0,840865	1,607098	1,384658
1960	0,809484	0,856620	0,846359	1,652244	1,398595
1961	0,794506	0,904096	0,840124	1,735381	1,363187
1962	0,790601	0,894319	0,834488	1,664054	1,342413
1963	0,785709	0,883834	0,821995	1,562142	1,322334
1964	0,777055	0,916895	0,824172	1,554858	1,334756
1965	0,779320	0,913564	0,817500	1,574468	1,331077
1966	0,772301	0,914912	0,813982	1,574623	1,309726
1967	0,765673	0,915073	0,816101	1,583097	1,295600
1968	0,760185	0,914511	0,820077	1,593384	1,288412
1969	0,751804	0,913603	0,813542	1,560829	1,272361
1970	0,746022	0,913641	0,811710	1,545411	1,262259
1971	0,742459	0,913790	0,805273	1,552698	1,250521
1972	0,734520	0,916787	0,793755	1,541650	1,239770
1973	0,737341	0,916723	0,791640	1,550489	1,243313
1974	0,734594	0,915041	0,793720	1,548108	1,238192
1975	0,727404	0,911537	0,796922	1,550390	1,229648
1976	0,717071	0,911817	0,785962	1,540378	1,217377
1977	0,707539	0,915759	0,773480	1,530195	1,206748
1978	0,708740	0,915200	0,774298	1,528219	1,206969
1979	0,704747	0,914466	0,780493	1,549132	1,201646
1980	0,708297	0,913633	0,791604	1,605135	1,200253
1981	0,694020	0,912092	0,794771	1,631466	1,192980
1982	0,694475	0,908162	0,794169	1,653139	1,190222
1983	0,690121	0,906552	0,791748	1,648868	1,184998
1984	0,694708	0,902840	0,790439	1,662864	1,184693
1985	0,694845	0,906039	0,784160	1,667769	1,183795
1986	0,691467	0,906088	0,773068	1,659279	1,180153
1987	0,678734	0,907102	0,761912	1,656385	1,172670

Elasticidades renta estimadas del modelo Piglog con splines

obs	EE1	EE2	EE3	EE4	EE5
1954	0,644377	1,049817	0,869015	1,753579	1,622032
1955	0,641152	0,049833	0,86640	1,695276	1,615114
1956	0,661167	1,052631	0,855303	1,713359	1,638840
1957	0,656957	1,053219	0,850165	1,680668	1,602364
1958	0,646536	1,051956	0,853552	1,691976	1,577624
1959	0,653908	1,058818	0,856249	1,745380	1,575815
1960	0,668200	1,063938	0,861716	1,797905	1,594514
1961	0,641311	1,042863	0,855781	1,901628	1,542918
1962	0,633762	1,047327	0,850398	1,815807	1,512890
1963	0,624398	1,052134	0,838759	1,692092	1,483854
1964	0,610143	1,037210	0,841103	1,681529	1,501327
1965	0,612621	1,038850	0,834441	1,708326	1,497722
1966	0,601338	1,038144	0,831688	1,706677	1,464413
1967	0,591035	1,037951	0,834133	1,714825	1,441827
1968	0,581809	1,038171	0,837856	1,726823	1,430721
1969	0,567543	1,038545	0,832101	1,686394	1,406423
1970	0,558637	1,038426	0,830899	1,665760	1,390315
1971	0,552889	1,038322	0,825292	1,673987	1,372475
1972	0,538686	1,037024	0,814789	1,661118	1,356816
1973	0,542724	1,037122	0,812536	1,673177	1,362773
1974	0,538665	1,037812	0,814698	1,669216	1,354583
1975	0,526381	1,039354	0,817476	1,671698	1,341708
1976	0,707938	1,039269	0,807623	1,660139	1,323772
1977	0,492345	1,037441	0,796799	1,646445	1,307345
1978	0,494710	1,037668	0,797645	1,643678	1,307504
1979	0,490358	1,037803	0,804189	1,665799	1,298088
1980	0,499189	1,037967	0,815098	1,729760	1,294440
1981	0,474936	1,038625	0,817998	1,761139	1,283606
1982	0,475506	1,040368	0,817391	1,787578	1,279665
1983	0,469152	1,040989	0,815632	1,780780	1,271412
1984	0,476557	1,042654	0,814312	1,798313	1,271200
1985	0,476451	1,041277	0,808625	1,804743	1,270057
1986	0,469942	1,041311	0,798518	1,795584	1,265062
1987	0,449093	1,040789	0,789007	1,790617	1,253580

Participaciones presupuestarias marginales estimadas del modelo Piglog simple

obs	MBS1	MBS2	MBS3	MBS4	MBS5
1954	0,337062	0,056565	0,205973	0,126316	0,274083
1955	0,333250	0,056539	0,201242	0,132812	0,276157
1956	0,360512	0,053504	0,184344	0,131327	0,270313
1957	0,354445	0,052744	0,176522	0,135050	0,281239
1958	0,341362	0,054180	0,181365	0,133508	0,289585
1959	0,350300	0,047003	0,185331	0,127307	0,290058
1960	0,364645	0,042165	0,191733	0,120890	0,280567
1961	0,333820	0,066934	0,184005	0,113300	0,301942
1962	0,326537	0,060186	0,176846	0,120517	0,315914
1963	0,317930	0,054253	0,162393	0,133994	0,331431
1964	0,301324	0,078439	0,164348	0,134717	0,321172
1965	0,307422	0,075663	0,158148	0,132674	0,326093
1966	0,294567	0,076794	0,154126	0,132339	0,342174
1967	0,282982	0,076737	0,155869	0,130750	0,353663
1968	0,274364	0,076141	0,159996	0,129242	0,360256
1969	0,261840	0,075169	0,152961	0,133779	0,376250
1970	0,252877	0,074899	0,150516	0,135647	0,386061
1971	0,247569	0,074854	0,144027	0,134155	0,399395
1972	0,237819	0,077876	0,134163	0,136043	0,414099
1973	0,242407	0,078170	0,133057	0,135246	0,411120
1974	0,238030	0,076170	0,134203	0,135072	0,416524
1975	0,228841	0,072668	0,136317	0,134334	0,427840
1976	0,217046	0,072820	0,127536	0,135747	0,446851
1977	0,206049	0,076138	0,117946	0,136689	0,463178
1978	0,207016	0,075505	0,118365	0,136869	0,462245
1979	0,201783	0,074324	0,121905	0,132615	0,469372
1980	0,204079	0,073114	0,129479	0,123971	0,469357
1981	0,190789	0,071770	0,132109	0,120848	0,484485
1982	0,191201	0,068404	0,131625	0,118391	0,490380
1983	0,186398	0,066771	0,129051	0,118270	0,499510
1984	0,190570	0,063995	0,128109	0,116825	0,500502
1985	0,190813	0,066450	0,123472	0,116382	0,502883
1986	0,188028	0,066567	0,115912	0,117419	0,512074
1987	0,176876	0,067226	0,108657	0,117482	0,529758

Participaciones presupuestarias marginales estimadas del modelo Piglog con splines lineales

obs	MMBS1	MMBS2	MMBS3	MMBS4	MMBS5
1954	0,273057	0,066867	0,209547	0,136971	0,313558
1955	0,269201	0,066835	0,204792	0,143496	0,315676
1956	0,295811	0,063842	0,187812	0,142220	0,310315
1957	0,289811	0,063059	0,179965	0,145949	0,321215
1958	0,276663	0,064482	0,184766	0,144456	0,329632
1959	0,285617	0,057298	0,188722	0,138261	0,330102
1960	0,301001	0,052369	0,195212	0,131548	0,319870
1961	0,269453	0,077207	0,187434	0,124154	0,341752
1962	0,261759	0,070484	0,180218	0,131508	0,356032
1963	0,252657	0,064584	0,165705	0,145140	0,371915
1964	0,236599	0,088731	0,167724	0,145693	0,361252
1965	0,241664	0,086040	0,161425	0,143954	0,366918
1966	0,229359	0,087138	0,157478	0,143438	0,382587
1967	0,218438	0,087042	0,159313	0,141629	0,393579
1968	0,209985	0,086437	0,163465	0,140066	0,400047
1969	0,197665	0,085449	0,156451	0,144541	0,415893
1970	0,189360	0,085129	0,154075	0,146210	0,425226
1971	0,184358	0,085055	0,147608	0,144634	0,438345
1972	0,174412	0,088090	0,137718	0,146585	0,453194
1973	0,178425	0,088436	0,136569	0,145948	0,450621
1974	0,174544	0,086390	0,137750	0,145639	0,455678
1975	0,165600	0,082858	0,139868	0,144844	0,466830
1976	0,153745	0,082998	0,131051	0,146301	0,485905
1977	0,143380	0,086255	0,121502	0,147074	0,501789
1978	0,144500	0,085609	0,121935	0,147209	0,500747
1979	0,140399	0,084349	0,125606	0,142602	0,507044
1980	0,143830	0,083064	0,133321	0,133596	0,506188
1981	0,130562	0,081726	0,135970	0,130453	0,521289
1982	0,130915	0,078362	0,135474	0,128019	0,527231
1983	0,126715	0,076673	0,132944	0,127732	0,535936
1984	0,130727	0,073905	0,131978	0,126340	0,537049
1985	0,130839	0,076368	0,127324	0,125940	0,539528
1986	0,127789	0,076501	0,119728	0,127064	0,548917
1987	0,117032	0,077134	0,112521	0,127003	0,566310